

无限的宇宙

季灏

上海东方电磁波研究所

摘要

本文解释了宇宙学中质疑无限宇宙论的两个经典佯谬：奥勃斯佯谬（夜黑问题）和西利格佯谬（引力问题），从而证明了无限宇宙论的正确性。其中，奥勃斯佯谬可由宇宙中大量暗物质对光的吸收和散射来说明。而具体分析天体间引力作用及引力势的性质，可以证明即使宇宙无限也不存在引力问题。

关键词：夜黑问题，引力问题，暗物质

1 引言

作者赞成无限宇宙论，即宇宙在空间上无限伸长，没有边界，没有形状，没有中心（处处是中心）。在时间上，古往今来，没有开始，也没有终结。物质充满空间，无穷无尽。大至星系、恒星，各式各样的天体，小至陨石、微粒尘埃、分子、光子以及连续形式的辐射场，没有一个空间不被物质所占。

然而，在无限宇宙论的发展过程中，遇到这样两个人们难以解释的佯谬，即奥勃斯佯谬（夜黑问题）[1] 和西利格佯谬（引力问题）[9]。两个佯谬都从宇宙无限这一假设得出了与日常观测截然相反的结果，使人们对于无限宇宙论的正确性提出了质疑。在本文中，作者将证明两个佯谬完全可以由现代的物理观测和物理理论给出完满的解释，它们和无限宇宙论根本不存在任何矛盾。同时，其他一些观测结果也为宇宙无限论提供了有力的证据。

2 夜黑问题的证明

现在让我们先来看夜黑问题：即如果宇宙是无限的，并且充满了发光的恒星，那么你无论向哪个方向看去，最终都会和一颗恒星相遇，因而整个天空将始终光明。早在十七世纪，开普勒（Johannes Kepler）就利用这一问题来说明宇宙是有限的；之后的十八世纪，哈雷（Edmund Halley）及夏西亚科斯（Jean-Phillipe de Cheseaux）分别提出了这一问题的早期形式；这个问题最终由德国物理学家奥勃斯（Heinrich Olbers）[1]在1823年正式提出，因而后来也被称为奥勃斯佯谬（夜黑问题）。奥勃斯佯谬可以描述如下：假设天空中的恒星均匀分布，密度为 n ；恒星的发光度相同，都为 L ，则在距离地球表面 r ，厚度为 dr 的球壳中的恒星数目 dN 为

$$dN = 4\pi r^2 n dr \quad (1)$$

另一方面，每一颗距地球 r 的恒星发出的光到达地球时所具的光通量 S 为

$$S = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (2)$$

即和距离成平方反比关系。这样球壳里所有恒星对于地球的光通量为

$$ds = dN \frac{L}{4\pi r^2} = Ln dr \quad (3)$$

如果宇宙无限，则地球接受到的总的光通量将为

$$S = Ln \int_0^{\infty} dr = \infty \quad (4)$$

这个结果表明，在地球上可以接收到宇宙中无限大的光辐射，天空似乎应该是无限光明的。这是一个明显和常识相违的结论，但是奥勃斯佯谬自诞生之日起，却困扰了科学家们约两个世纪。在此期间人们提出了各种各样解决方案[2-4]，但是都没能获得成功。随着大爆炸理论及现代宇宙论的建立，奥勃斯佯谬这一简单但却确凿的观测结果又一次成为了验证新理论的有力工具，它在科学界引起的兴趣也丝毫未减。现代的理论解释有的基于宇宙的有限寿命[5, 6]，有的则以宇宙膨胀理论为依据，或者将两者的作用统统考虑[7]，却没有达到一个统一的结论。在下文中，作者将提出一种基于宇宙中暗物质的物理解释，并利用现代天文学取得的最新的数据，通过定量的计算验证该推断的正确。

2.1 奥勃斯佯谬的分析

作者认为，解决奥勃斯佯谬的关键在于：在上述计算中必须考虑到宇宙中其他物质对于恒星的遮光作用。因为现有的观测结果已经证实，宇宙中可见物质（如发光的恒星）仅仅占了物质总量的一部分而已，除此之外，更有大量的不发光的所谓暗物质（如不发光的行星、卫星、未成形的原星系、瓦解了的星系、星际间的大量气体、小颗粒、尘埃等等）。正是由于这些“看不见的”物质阻挡了宇宙中无数恒星光到达地球，才使得地球的夜晚依

然黑暗，所以奥勃斯佯谬应该可以利用现代天文学的观测结果合理的解释。

值得注意的是有不少人认为，根据能量守恒，暗物质吸收的能量仍将射向宇宙，因而，众多的暗物质也不过是起到一个能源中转站的作用，并不能阻挡星际间恒星光能的传播。然而，根据现今关于宇宙演化的理论稍作分析，可知上述结论是不正确的。宇宙经过长时间的演化后，大体处于热动平衡状态，即所有放光体发出的总能量及总质量和所有不发光天体吸收的总能量及总质量是相等的。发光天体由于失去能量而慢慢老去、死亡，各种星际物质由于获得能量和质量不断增长、增温，最后形成新的发光天体。宇宙的温度接近零度，决定了宇宙间大多数物质都处于它们的低能级，对于它们而言，能量的吸收是其主要过程。因而从整体上看，恒星光能确实为暗物质所吸收。

对于遮光物体的具体分析如下：假设这些遮光物体的平均半径为 a ，它们各向均匀分布且数密度为 ρ 。这样每个遮光物体的遮光面积为 πr^2 ，在距地球 r ，厚为 dr 的球壳中所有天体总的遮光面积 dA 为

$$dA = 4\pi\rho r^2 dr \pi a^2 \quad (5)$$

因而在半径为 r 的球体中总的遮光面积可由积分得到

$$A = \int_0^r dA = \frac{4}{3}\pi^2\rho a^2 r^3 \quad (6)$$

如果宇宙无限，即 $r \rightarrow \infty$ 时这个积分显然是发散的。遮光面积占半径为 r 的球面面积的比列 λ 为

$$\lambda = \frac{\pi\rho a^2 r}{3} \quad (7)$$

若 $\lambda = 1$ ，则意味着以 r 为半径的球体中天体的遮光面布满了整个天空，此时

$$r = \frac{3}{\pi \rho a^2} \quad (8)$$

由此可见，只要知道遮光物体的平均数密度和平均半径，利用（6）式我们就可以确定一定的宇宙尺度 r ，在这个尺度之外所有的恒星光几乎都不能到达地球表面。因此要知道地球表面所感受到的光照亮度，只需计算 r 内所有恒星光通量的和即可。

2.2 奥勃斯佯谬的解释

现在我们就可以具体考察位于银河系中地球的情况了。众所周知，遮光物质一般由小天体、气体分子、宇宙微粒、尘埃以及氢原子等组成。在这里，我们仅考虑宇宙中微小颗粒对于地球上光照的影响。后面我们将看到，即使只考虑作为遮光物质一种的微小颗粒，奥勃斯佯谬也已得到了很好的解释。由文献[8]可知，宇宙中微小颗粒对于星光的有效吸收直径是 $0.3\mu m$ ，数密度为 $7 \times 10^{-14} cm^{-3}$ ，则利用（6）式计算可得

$$r = \frac{3}{\pi \times 7 \times 10^{-14} (1.5 \times 10^{-5})^2} = 6 \times 10^{22} cm \quad (9)$$

这相当于在 $6 \times 10^{22} cm$ 为半径的球面上，几乎都布满了小颗粒和尘埃，它们挡掉了绝大部分处于该球面外的恒星星光，因而真正到达地球表面的光都来自于这个球内的发光恒星。

由资料可得银河系密度 n 为： 10^{-59} 个太阳/ cm^3 数量级，半径 R 大约 $10^{23} cm$ 数量级。值得注意的是 $6 \times 10^{22} cm$ 大大小于银河系的半径 R ，因而可以说，地球表面接收到的光大部分都是来自于银河系内的一部分恒星，即在 R 内的那一部分恒星。下面我们将计算地球表面得

到的具体光通量数：在 r 到 $r + dr$ 两球面间的与太阳相当的恒星总数为

$$\begin{aligned} & 4\pi r^2 dr \times 5 \times 10^{-56} \\ = & 20 \times 10^{-59} \pi r^2 dr \end{aligned} \quad (10)$$

若太阳到地球的光通量为 l_{\odot} ，则根据平方反比定律，这些恒星作用到地球表面的光通量为

$$\begin{aligned} dL_1 &= 4\pi r^2 dr \times 5 \times 10^{-56} \times \frac{(1.5 \times 10^{12})^2}{r^2} l_{\odot} \\ &= 1.4 \times 10^{-31} dr l_{\odot} \end{aligned} \quad (11)$$

通过积分可得半径为 $6 \times 10^{22} \text{cm}$ 球内所有恒星到达地球表面的光通量，

$$\begin{aligned} dL_1 &= \int_0^r 1.4 \times 10^{-31} dr l_{\odot} \\ &= 8.4 \times 10^{-9} l_{\odot} \end{aligned} \quad (12)$$

显然光照是极其微弱的，这么多的恒星照到地球的光通量要比太阳小9个数量级。如果在刚才的计算中再加入其他遮光物质的影响，则到达地球的恒星光将更少。因此，所谓的奥勃斯佯谬必然是因为没有考虑到宇宙中大量存在的暗物质所致，而不是宇宙的无限尺度造成。

这里要说明的是，在刚才的讨论中，我们假设了银河系中暗物质分布是均匀的，这在宇宙尺度上是没有问题的，但如若用于考虑银河系之类的局部区域，由于星际物质的分布不完全均匀，因而所得结果也只是一个粗略的近似。正因为这样，我们在地球上透过一些尘埃密度较小的区域还是可以观测到很多遥远的恒星或星系。一般来说，银河带的尘埃物

质较多，除少数几个窗口之外，我们是无法用光学望远镜观测到河外星系的，所以很多天文学家把银河带称为河外星系的逃避带。而越是靠近银极方向，星际物质的密度分布就越低，所以我们还能观测到较多的河外星系，越是向外，观测到的河外星系就越多。

3 引力问题的解释

接下来我们将要解决的是无限宇宙论面临的另一个问题，即引力问题[9]。在十九世纪九十年代后期，西利格（Seeliger）指出基于牛顿力学与万有引力理论的宇宙模型是不可能的，因为如果无限的宇宙中到处存在引力质量且均匀分布，那么根据牛顿的引力理论，这些宇宙物质在宇宙中任意一点产生的牛顿引力势就会趋于无穷大，物质间互相吸引，因而整个宇宙将是不稳定的，并且很快塌缩。为了解决这个矛盾西利格曾经修改牛顿的引力公式，使得宇宙无穷但质量非均匀分布时能保持稳定，可终究未能被人们接受。近代，爱因斯坦在构建他的宇宙论时，用引进所谓的宇宙常数来避免这个问题，可是后来他自己也承认这是他一生中犯的最大的错误。在下文中作者将从简单的质量球（壳）模型出发，通过对引力和引力势概念的解释，证明在无限宇宙论中并不存在西利格佯谬。

3.1 质量球(壳)模型

为了解释西利格佯谬，让我们从一简单的质量球（壳）模型（如图1）出发。

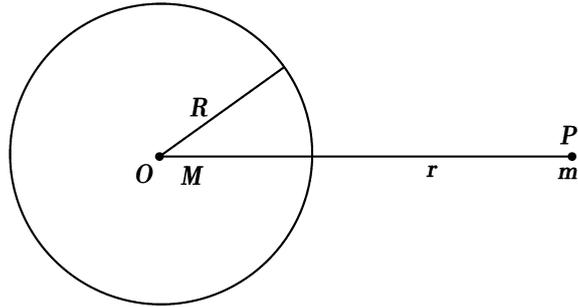


图 1

假设该球（壳）质量为 M ，半径为 R 。在距球心 r 处，有一质量为 m 的试验质量。当图中所示的是一薄球壳，且质量均匀分布，则试验质量受到的引力和及该点引力势能分别为：

情形1，试验点 m 在球外，即 $r > R$,则有

$$F(r) = -\frac{GMm}{r^2} (r > R) \quad (13)$$

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} (r > R) \quad (14)$$

情形2，试验点 m 在球内，即 $r < R$,则有

$$F(r) = 0 (r < R) \quad (15)$$

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} (r < R) \quad (16)$$

当图中所示的是一实心球，且球的质量均匀分布：则情形1，试验质量 m 在球外，

$$F(r) = -\frac{GMm}{r^2} (r > R) \quad (17)$$

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} (r > R) \quad (18)$$

情形2, 试验点 m 在球内, 即 $r < R$, 则有

$$F(r) = -\frac{GMm}{R^3}r \quad (r < R) \quad (19)$$

特别地

$$F(0) = 0 \quad (r = 0) \quad (20)$$

$$U(0) = -\frac{3GMm}{2R} \quad (r = 0) \quad (21)$$

$$U(r) = -\frac{GMm}{2R^3} (3R^2 - r^2) \quad (r < R) \quad (22)$$

$$U(R) = -\frac{GMm}{R} \quad (r = R) \quad (23)$$

3.2 西利格佯谬的解释

有了这些准备以后, 我们就可以对整个宇宙进行相似的探讨了。宇宙的统一分布是宇宙学中的一个一般假设, 它为研究宇宙这样大尺度的客体的一般性质提供了方便与简化。现代天文学的诸多观测结果也已经充分证实了该假设的合理性。在一个大尺度上物质分布均匀且各向同性的宇宙中任意选取一点 P , 在该点设置一试验质量 m , 研究整个宇宙中分布的物质对该质量的作用力 F 及其在该点产生的引力势能 U 。假设宇宙的平均密度为 ρ , 选取的宇宙尺度为 R (R 可以是100亿光年, 也可以是500亿光年或可以选得再大些)。这样整个宇宙就可以近似为一个半径为 R 的极大的实心球, 利用式(20)可得 P 点受到的合力 $F = 0$ 。也就是说宇宙中任意一点 P 所受到的整个宇宙中所有质量的引力的和为零。如

果范围进一步扩大，同样会得到这样的结论。根据牛顿力学计算物体加速度的绝对性，即由该试验点所受合力的情况决定。由于所假设的试验质量在 P 点所受的合力为零，那么该试验质量的加速度显然也有确定值零。值得注意的是，刚才所得出的结论是基于宇宙在大尺度范围内质量分布均匀这一假设的，而宇宙在小范围或局部的区域的物质分布又是极不均匀的，因此，在实际计算某一位置试验质量的受力情况时，必须根据小范围内（邻近）物体对其作用力贡献的情况决定。或者具体地说，在计算某一天体的运动情况时，必须考虑它附近天体对其的作用力，这些作用力决定其加速度。

下面我们再考察在 P 点的引力势大小，根据式（21）可知

$$\begin{aligned}
 U(0) &= -\frac{3GMm}{2R} \\
 &= -\frac{3G \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho m}{2R} \\
 &= 2\pi G\rho m R^2
 \end{aligned} \tag{24}$$

由（24）可知，无限宇宙中任意点的引力势都为无限大，或者说具有不确定的值，那么这是不是影响无限宇宙，恒星无限的理论？我们可以分析一个重要的而且能检验的例子，地球—月球的组合。图2是这一情形的略图：

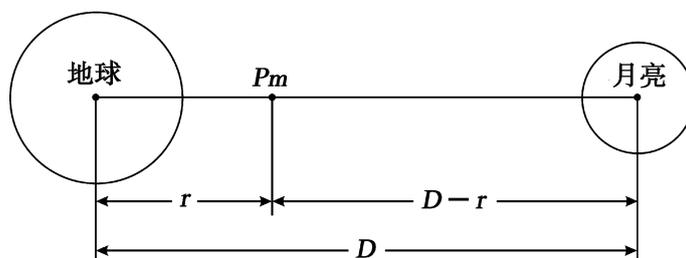


图 2

现考虑一质量为 m 的卫星，位于地球中心和月球中心连线上的 P 点，它的势能为

$$U(r) = -\frac{GM_e m}{r} - \frac{GM_m m}{D-r} \quad (25)$$

其中 D 是地球中心和月球中心间距， r 是卫星到地球中心的距离，可见 P 点势能是地球和月球势能贡献之和。如卫星靠近地球，则可近似地认为：

$$\begin{aligned} U(r) &= -\frac{GM_e m}{r} \\ &= -\frac{GM_m m}{R_e} \end{aligned} \quad (26)$$

然而，依据势能标量的叠加性，即使宇宙有限， P 点卫星 m 受到的引力势能远远会超过 $U(r)$ 这样一个数目。仅银河系对卫星的引力势能贡献就十分可观。如以银河系半径 $R_m = 10^{23} \text{cm}$ ，质量 $M_m = 10^{11} \times 10^{33}$ 克计算，则来自银河系对卫星 m 的引力势能为

$$\begin{aligned} U_M &= -\frac{10^{11} \times 10^{33} \cdot Gm}{10^{23}} \\ &= -10^{21} Gm \end{aligned} \quad (27)$$

同样我们可以计算得到地球对卫星的引力势能为 $U_e = -10^{19} Gm$ ，太阳对卫星的引力势能为 $U_s = -10^{20} Gm$ 。比较他们的大小，可知银河系对卫星 m 的引力势能的贡献要比地球引力势能的贡献大三个数量级之多，就是太阳引力势的贡献也要大出一个数量级。但是，天体物理学家历来忽视这样巨大的引力势能对卫星的轨道运动的影响，为什么？让我们再计算银河系及地球对卫星的引力贡献的情况，银河系对卫星引力贡献为

$$F_M = -\frac{GMm}{r_M^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-G \cdot 10^{11} \times 10^{23} \cdot m}{(10^{23})^2} \\
&= -10^{-2}Gm \tag{28}
\end{aligned}$$

同样的，地球对卫星的引力贡献为 $F_e = -1.5 \times 10^{10}Gm$ ，太阳对卫星的引力贡献为 $F_s = -8.9 \times 10^6Gm$ 。显然，太阳对卫星引力的贡献与地球对卫星的引力影响相比，差4个数量级，可忽略不计。而银河系对卫星的引力贡献更是远远小于地球对卫星的贡献。

所以，在研究物质相互作用时，特别是研究天体运动问题时，真正起决定作用的是天体与天体之间的相互作用，也就是说对放置于该点的试验质量 m 受到的作用力是多少，而并不在于在点上具有引力势或引力势能是多少。

另一方面，因为某点所受引力的大小是该点引力势的梯度，由此我们也不难理解为何无限宇宙中的任意一点受力基本为零。由于引力质量在大尺度范围上的均匀分布，以整体来看，其中的引力势能几乎处处相同，即在任意一点的引力势能梯度趋近于零，因而该点所受引力也趋于零。

另外值得一提的是，把无限多恒星的引力迭加起来，这个引力的作用是“十分巨大”的。前面已证明这个合力的总和是零或接近零，但是这四面八方的作用力，作用于卫星或其他物体（小球），会不会把卫星或小球撕扯得粉碎？这是极少数著作中提出的问题。假设一小球A如图3所示：

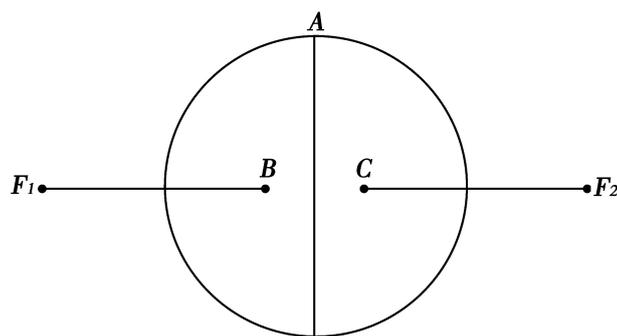


图 3

如果用两绳子分别栓在小球的 B 、 C 两点，当 F_1 、 F_2 （大小相等，方向相反）达到一定值时，小球会被撕扯碎。但是，如果 F_1 、 F_2 为引力，则情况完全不同。引力不仅具有线性迭加性，而且具有“渗透性”，它作用于每个质点。 F_1 、 F_2 不但分别作用于 B 、 C 两点，使小球两半分开，而且 F_1 、 F_2 还分别作用于 C 、 B 两点，使小球左右两半合并，这分开和合并之力是同样大小的。这样的情况同样适用于小球上的每个质点，所以小球决不会被撕扯碎。

由上面的讨论可知，宇宙中天体分布极稀疏且在大尺度范围分布又极均匀，使得整个宇宙的引力作用在天体轨道运动中的影响几乎为零。但是小范围内物质分布的不均匀的，使得在局部范围内个别的天体引力起着主导作用，它的存在决定了它附近的物体运动状态。例如太阳系中，太阳的引力起主要作用，地球、金星、水星等九大行星环绕太阳作有规则的转动。在地球附近的卫星则主要受到地球引力的束缚。值得注意的是，天体运行的方式取决于它们之间力的相互作用，而不是有多少引力势能。无限宇宙论仅仅使得宇宙中引力势能变得不确定（无穷大），而不会对天体施加力的作用，因而不会影响到天体的运行轨道。所以，西利格佯谬在无限宇宙论中是不存在的。

4 其它观测证据

天文学家及天体物理研究工作者，对整个宇宙观测研究得到大量资料，与宇宙论最有关的是氦丰度问题、宇宙背景微波辐射问题及类星体红移问题，在原则上这三个问题都与宇宙无限论没有直接的对抗性矛盾。宇宙中一定量的氦丰度只是反映了宇宙物质的客观存在性，用其它理论更容易解释。而宇宙背景微波辐射则更适宜作宇宙无限、恒星无限的观测证据。因为只有无限宇宙才没有中心，或者处处是中心，才能使任何一个观察点具有高度的各向同性，地球是不是中心就无关紧要了。类星体的红移问题倒是值得研究的问题，但是它跟无限宇宙论没有对抗性的矛盾。作为无限的宇宙，其中存在这样的物体运动现象也未尝不可。但是我认为类星体的红移应是一个值得争议的问题。类星体的红移为大爆炸理论提供强有力的证据。但是，也有很多观测证据，为类星体的红移——极大退离速度蒙上了一层阴影。关于氦丰度问题，3K背景辐射问题，类星体问题还另文专门论述。

5 结论

本文成功的解释了无限宇宙论中遇到的奥勃斯佯谬和西利格佯谬，指出前者的产生是因为没有考虑到宇宙中众多暗物质对光的吸收及散色作用，而对于后者的解决，仅有赖于澄清了引力和引力势在天体运动中所起的作用，这两者和无限宇宙论之间并无任何矛盾。另外，更多的现代观测结果也为无限宇宙论提供了越来越多的证据。

参考文献

- [1] Olbers W 1823 *Berliner Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1826* (Berlin: C F E Späthen) p110
- [2] Bondi H 1952 *Cosmology* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [3] Jake S L 1967 *Am. J. Phys.* 35 200
- [4] Jake S L 2001 *The paradox of Olbers' Paradox* 2nd edn (Pinckney, MI: Real View Books) pp 1-94
- [5] Harrison E R 1964 *Nature* 204 271
- [6] Harrison E R 1964 *Cosmology, the Science of the Universe* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [7] Wesson P S, Walle K and Stabell R 1987 *Astrophys. J.* 317 601
- [8] C. W. 艾伦 《物理量、天体物理量》人民出版社，1976年第一版，319（杨建译）
- [9] Seeliger, *Astronomische Nachrichten*, 137 (1895), 129

Abstract

In this work we resolve two classical paradoxes in cosmography: Olbers paradox (Night black problem) and Seeliger paradox (Gravitational problem) and confirm the validity of the theory of infinite cosmos. Olbers paradox can be explained by considering the scattering and absorbing of light by enormous dark matter in cosmos. And a careful investigation of the properties of gravitation and gravitational potential, we can show that there exists no gravitational problem even if the cosmos is infinite.

Keywords: Olbers paradox, Seeliger paradox, Dark matter